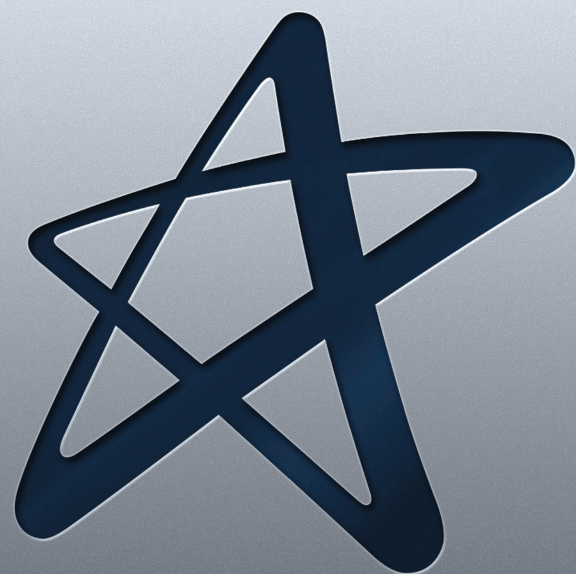
Probabilidade e Estatística



Cruzeiro do Sul Virtual
Educação a Distância

Material Teórico



Medidas de Posição

Responsável pelo Conteúdo:
Profa. Ms. Rosangela Maura C. Bonici

Revisão Textual:
Profa. Dra. Selma Aparecida Cesarin

UNIDADE Medidas de Posição



- Medidas de Posição





OBJETIVO DE APRENDIZADO

- O conceito de quartil, quintil, decil e percentil, que são as principais medidas separatrizes;
- O conceito e a calcular e interpretar as medidas de tendência central: média aritmética, moda e mediana.



ORIENTAÇÕES

Você está iniciando uma nova Unidade de nossa Disciplina. A proposta deste estudo é conceituar as medidas de posição, em especial, as medidas de tendência central.

Entre elas, você verá: o que é, como calcular e interpretar as medidas de tendência central chamadas de média aritmética, moda e mediana.

Com os conceitos que vai adquirir nesta Unidade, você já pode calcular e interpretar a:

- Media aritmética;
- Moda;
- Mediana.

Contextualização

Para verificar a validade de uma estatística, seja ela veiculada em um jornal de grande circulação, seja na TV ou em uma revista especializada, você deve fazer cinco perguntas:

- Quem é que diz isso?;
- Como é que ele sabe?;
- O que é que está faltando?;
- Alguém mudou de assunto?;
- Isso faz sentido?

Quem é que diz isso?

Procure sempre saber **quem** está divulgando a estatística: pode ser uma empresa no meio de uma negociação de salários, ou um sindicato na mesma situação, ou um laboratório "independente" que precisa mostrar resultados ou simplesmente um jornal atrás de uma boa matéria.

Uma empresa americana declarou que os salários, no segundo semestre de um ano, estavam muito acima daqueles pagos no início do ano; portanto, não era hora de o Sindicato pedir um aumento.

O que a empresa "esqueceu" de dizer é que no início do ano havia uma grande quantidade de trabalhadores de meio período e que estes passaram a cumprir turno integral a partir do segundo trimestre do ano. Sendo assim, seus salários teriam forçosamente de subir, mas isso não implica que os salários tenham "melhorado realmente".

Procure os viesamentos, deliberados ou inconscientes, aplicados aos resultados.

Quando ouvir "pesquisa feita por médicos americanos revela…" tome cuidado: que médicos são esses?

Cuidado com as declarações do tipo "Universidade de Harvard descobriu que…". Verifique se realmente há pessoas qualificadas da "instituição de prestígio" em questão divulgando as descobertas.

Em 1994, foi divulgado um relatório otimista sobre o número de árvores nos Estados Unidos: os peritos chegaram à conclusão de que havia muito mais árvores em 1994 do que havia em 1894 (cem anos antes). Fonte do levantamento: o equivalente a uma associação de madeireiras… Onde está o viés? Está na definição de "árvore": os peritos consideraram "árvore" tanto uma sequóia centenária de 100 metros de altura quanto uma muda de Pinus plantada há pouco…

Outro viesamento muito comum é encontrado na forma de apresentar os resultados.

Veja o exemplo a seguir, referente aos salários de 11 pessoas de uma empresa:

Pessoa	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
Salários(u.m.)	150	200	200	250	300	350	350	400	400	3000	8000

Alguém da direção dessa Empresa poderia afirmar que o salário "médio" é de 1236,36 u.m.; portanto, o nível salarial nessa seção é "muito bom".

Alguém do Sindicato protesta e diz que na verdade o salário "médio" é de 350 u.m., o que não é um nível "muito bom".

Qual dos dois está errado?

Surpreendentemente, nenhum deles. O homem da Direção usou a média aritmética para calcular o salário "médio": a média aritmética pode ser distorcida por valores discrepantes, o que se comprova ao observar na Tabela os salários das pessoas 10 e 11, que estão bem distantes da maioria dos outros.

Já o homem do Sindicato usou outra medida estatística, a **mediana**: a mediana divide um conjunto ordenado de dados em duas partes iguais, metade é maior do que a mediana e metade é menor do que a mediana.

Na Tabela acima, a pessoa 6 é "ponto central" e seu salário é de 350 u.m. (salário mediano), que representa muito melhor o conjunto.

Fonte: HUFF, Darrell. Como mentir com estatística. Editora Intrinseca, 2016.

Medidas de Posição

As medidas de posição mais importantes são as medidas de tendência central e as medidas separatrizes. As medidas de tendência central recebem este nome por se posicionar no centro da variável em estudo. As principais são: média aritmética, moda e mediana.

As medidas separatrizes são números reais que dividem a variável em estudo, quando está ordenada, em n partes que contém a mesma quantidade de elementos. As principais medidas separatrizes são os: quartis, quintis, decis e percentis.

Neste estudo, trabalharemos com as medidas de tendência central por serem as mais importantes e as mais utilizadas na prática.

Medidas de Tendência Central

Como já vimos anteriormente, as Medidas de Tendência Central recebem este nome por se posicionar no centro da variável em estudo. As principais são: a média aritmética, a moda e a mediana.

Média Aritmética ($\bar{x}$)

A média aritmética é representada pelo símbolo $\bar{x}$. É uma medida bastante utilizada, seja na vida prática das pessoas, seja na mídia em geral; porém, é muito influenciada por valores extremos, ou seja, valores muito altos ou muito baixos.

Podemos querer calcular a média de dados estatísticos não agrupados, agrupados em distribuições de frequência variável discreta ou distribuições de frequência variável contínua.

Cada uma dessas situações deve ser tratada de forma diferenciada.

Vejamos:

Dados Não-Agrupados

Para calcular a média aritmética, de **dados não agrupados**, usamos a seguinte fórmula.

Fórmula da Média Aritmética / Dados Não Agrupados

$$\bar{X} = \frac{\sum x_i}{n}$$

- $\sum$ → Símbolo que representa Somatório
- x_i → Somar cada um dos valores que a variável (xi) assume
- n → Total de elementos estudados (n)

Exemplo 1

Sabendo-se que a venda de arroz "tipo A", durante uma semana, foi de 100, 140, 130, 150, 160, 180 e 120 quilos, qual foi a média de venda diária da semana de arroz?

$$\overline{X} = \frac{\sum x_i}{n}$$

$\sum x_i$ → Significa que devemos somar: $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 + x_7$

n → Significa que devemos dividir por 7, pois foram anotadas as vendas durante 7 dias da semana.

Organizando os dados, temos:

x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7
100	140	130	150	160	180	120

$$\overline{X} = \frac{100+140+130+150+160+180+120}{7} = \frac{980}{7} = 140$$

Resposta

A média de venda de arroz na semana foi de 140 quilos por dia.

Exemplo 2

A sequência representa as notas de estudantes na Disciplina de Estatística X: 4, 5, 5, 6, 6, 7, 7, 8. Determine a média aritmética dessas notas.

$$\overline{x} = \frac{\sum xi}{n} \Rightarrow \overline{x} = \frac{4+5+5+6+6+7+7+8}{8} \Rightarrow \overline{x} = 6$$

Resposta

A média aritmética das notas de Estatística foi 6.

Dados Agrupados

Para calcularmos a média aritmética de dados agrupados, usaremos a seguinte fórmula da média aritmética ponderada.

Fórmula da Média Aritmética Ponderada/ Dados Agrupados

$$\overline{X} = \frac{\sum xi.fi}{\sum fi}$$

$\sum xi.fi$ → Soma dos produtos da multiplicação entre os valores de "xi" e "fi".

$\sum fi$ → Soma de todos os elementos observados.

a) Cálculo da Média Aritmética para a Variável Discreta – Dados agrupados sem faixas de valores.

Exemplo 1

Foram observadas 34 famílias e anotado o "número de filhos do sexo masculino" que cada uma delas tem em uma distribuição de frequência variável discreta. Determine a média aritmética.

Distribuição de Frequência da Variável Discreta
"Quantidade de Meninos"

Qte. de Meninos (xi)	Famílias Freq. Abs. (fi)
0	2
1	6
2	10
3	12
4	4
Total	34

As frequências (fi) são números indicadores da intensidade de cada valor da variável; elas funcionam como fatores de ponderação.

Para ajudar nos cálculos, vamos organizar os valores na seguinte Tabela:

xi	fi	xi · fi
0	2	$0 \cdot 2 = 0$
1	6	$1 \cdot 6 = 6$
2	10	$2 \cdot 10 = 20$
3	12	$3 \cdot 12 = 36$
4	4	$4 \cdot 4 = 16$
Total	$\sum fi = 34$	$\sum xi \cdot fi = 78$

$$\overline{X} = \frac{\Sigma xi.fi}{\Sigma fi} = \frac{78}{34} = 2,3$$

ou

$$\overline{X} = \frac{\Sigma xi.fi}{\Sigma fi} = \frac{0.2 + 1.6 + 2.10 + 3.12 + 4.4}{2 + 6 + 10 + 12 + 4} = \frac{0 + 6 + 20 + 36 + 16}{34} = \frac{78}{34} = 2,3$$

Resposta

Essas famílias possuem em média 2,3 meninos.

Exemplo 2

Obtenha a média aritmética das estaturas de 50 mulheres, o que originou a seguinte distribuição:

Distribuição de Frequência da Variável Discreta
"Estatura de mulheres"

Estatura em cm (x_x)	Qte. de pessoas. (fi)
155	6
158	4
160	24
162	12
165	4
Total	50

Para ajudar nos cálculos, vamos organizar os valores na seguinte Tabela:

xi	fi	xi · fi
155	6	930
158	4	632
160	24	3840
162	12	1944
165	4	660
Total	$\sum fi = 50$	$\sum xi \cdot fi = 8006$

$$\overline{X} = \frac{\Sigma xi.fi}{\Sigma fi} = \frac{8006}{50} = 160,12$$

ou

$$\overline{X} = \frac{\Sigma xi.fi}{\Sigma fi} = \frac{155.6 + 158.4 + 160.24 + 162.12 + 165.4}{6 + 4 + 24 + 12 + 4} = \frac{930 + 632 + 3840 + 1944 + 660}{50}$$

$$= \frac{8006}{50} = 160,12$$

Resposta

A estatura média das mulheres é de 160,12 cm

b) Cálculo da Média Aritmética para Variável Continua – Dados agrupados *com faixas de valores*

Exemplo 1

Calcular a estatura média de bebês em certa comunidade conforme a Tabela:

Distribuição de Frequência da Variável Continua
"Estatura de Bebês"

Observe que neste caso, a variável xi está agrupada por faixas de valores.

Estaturas (cm)	"fi"
$50 \vdash 54$	4
$54 \vdash 58$	9
$58 \vdash 62$	11
$62 \vdash 66$	8
$66 \vdash 70$	5
$70 \vdash 74$	3
Total	40

$$\overline{X} = \frac{\sum xi.fi}{\sum fi}$$

Para usar esta fórmula, temos de ter o valor de xi e do fi.

Para podermos efetuar a operação, vamos considerar que xi é o ponto médio entre o limite inferior (li) e o limite superior (Li) de cada uma das classes.

Fazemos, então:

$$\text{Ponto médio} = \frac{li + Li}{2}$$

Para ajudar nos cálculos, vamos organizar as variáveis na seguinte Tabela:

Estaturas (cm)	fi	xi	xi · fi
$50 \vdash 54$	4	$\frac{50+54}{2} = 52$	208
$54 \vdash 58$	9	$\frac{54+58}{2} = 56$	504
$58 \vdash 62$	11	$\frac{58+62}{2} = 56$	660
$62 \vdash 66$	8	$\frac{62+66}{2} = 64$	512
$66 \vdash 70$	5	$\frac{66+70}{2} = 68$	340
$70 \vdash 74$	3	$\frac{70+74}{2} = 72$	216
Total	$\sum fi = 40$	-	$\sum xi \cdot fi = 2.440$

Na primeira coluna, temos os **intervalos de classe** das estaturas, separados de 4 em 4 centímetros.

Na segunda coluna, a quantidade de cada um "**fi**".

Na terceira coluna, o "**xi**" encontrado após o cálculo do ponto médio; e na quarta coluna, o produto (multiplicação) "**xi.fi**".

$$\overline{X} = \frac{\Sigma xi.fi}{\Sigma fi} = \frac{2440}{40} = 61$$

ou

$$\overline{X} = \frac{\Sigma xi.fi}{\Sigma fi} = \frac{4.52 + 9.56 + 11.60 + 8.64 + 5.68 + 3.72}{4 + 9 + 11 + 8 + 5 + 3} =$$

$$= \frac{208 + 504 + 660 + 512 + 340 + 216}{40} = \frac{2440}{40} = 61$$

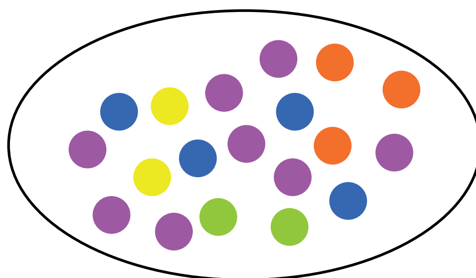
Resposta

A estatura média dos bebês é 61 centímetros.

Moda (mo)

É o valor que ocorre com maior frequência em uma sequência ou série de valores. Por exemplo, o salário mais comum em uma fábrica é chamado de salário modal, isto é, o salário recebido pelo maior número de empregados.

Neste outro exemplo, podemos dizer que a cor que aparece com mais frequência é o rosa; portanto, a cor modal é rosa.



Uma sequência pode ser classificada de acordo com o número de modas que possui em:

- Nenhuma moda – **Amodal**
- Uma moda – **Unimodal** ou **modal**
- Duas Modas – **Bimodal**
- Mais de duas modas – **Polimonal**

a) Exemplos de Moda envolvendo Dados Brutos e Rol

Quando os dados **não estão agrupados**, a moda é facilmente reconhecida. Basta procurar o valor que mais se repete. Por exemplo: na série **X: 7** , **8** , **9** , **10** , **10** , **10** , **11** , **12** a moda é **10**. Dizemos que mo = 10 e que essa série é unimodal ou modal, pois tem uma moda.

Há séries que não têm valor modal, isto é, nenhum valor aparece mais vezes que outros. Por exemplo: a série **Z: 3** , **5** , **8** , **10** , **12** não apresenta moda; portanto, dizemos que a série é **amodal**.

Em outros casos, pode haver dois ou mais valores de concentração. Dizemos, então, que a série tem dois ou mais valores modais. Por exemplo: a série **Z: 2**, **3**, **4**, **4**, **4**, **5**, **6**, **7**, **7**, **7**, **8**, **9** apresenta duas modas **mo = 4** e **mo = 7**. A série, então, é **bimodal**.

c) Exemplos de Moda quando os dados estão agrupados – Variável Discreta

Quando os dados estão agrupados, é possível determinar imediatamente a moda: basta fixar o valor da variável de maior frequência. Por exemplo: Qual a temperatura **mais comum** medida conforme a tabela a seguir?:

Distribuição de frequência da Variável Discreta "Temperatura"

Temperaturas "xi"	Frequência ou "fi"
0° C	1
1° C	5
2° C	12
3° C	6
$\sum$ fi	24

Resposta

A temperatura modal é de 2° C, pois é a de maior frequência. Dizemos que **mo = 2° C** e que essa sequência é modal ou unimodal.

d) Exemplos de Moda quando os dados estão agrupados – Variável Contínua

Vamos trabalhar com o seguinte exemplo: Calcule a estatura modal conforme a Tabela a seguir.

Estaturas em cm ou "h"	Frequência ou "fi"
54 |- 58	9
58 |- 62	11
62 |- 66	8
66 |- 70	5
$\sum$ fi	33

Classe Modal

Observação
A maior frequência "fi" está entre 58 |- 62. Para determinarmos a moda de uma Variável Contínua, precisaremos fazer um cálculo.

A classe (linha da Tabela) que apresenta a maior frequência é denominada classe modal.

Pela definição, podemos afirmar que a moda, nesse caso, é o valor dominante que está compreendido entre os limites da classe modal. Para o cálculo da moda em variável contínua, utilizaremos a fórmula de Czuber, por ser a mais exata e completa.

Vejamos.

Fórmula de Czuber para o Cálculo da Moda

$$Mo = li(mo) + \frac{fi(mo) - fi(ant)}{2.fi(mo) - \left[fi(ant) + fi(post) \right]}.h$$

li(mo) = limite inferior da classe modal.

fi(mo) = frequência da classe modal.

fi(ant) = frequência da classe anterior à classe modal.

fi(post) = frequência da classe posterior à classe modal.

h = amplitude do intervalo de classe

Observando os dados da Tabela, temos:

li(mo) = 58	fi(mo) = 11	fi (ant) 9	fi(post) = 8	h = 4

Substituindo na fórmula de Czuber e fazendo os cálculos, temos:

$$Mo = 58 + \frac{11 - 9}{2.11 - [9 + 8]}.4 = 58 + \frac{2}{22 - 17}.4 = 58 + \frac{2}{5}.4 = 58 + 0,4.4 = 58 + 1,6 = 59,6$$

Fique atento a sequência das operações para não errar nos cálculos.

Resposta

A moda das estaturas dos bebês é igual a 59,6 cm, ou ainda, a estatura de bebês mais frequente é 59,6 cm.

Mediana (md)

Para a mediana, usaremos o símbolo "md". Define-se mediana como sendo o valor real que separa o rol (dados já organizados) em duas partes, deixando à sua direita o mesmo número de elementos que à sua esquerda. Por exemplo: Dada a série de valores X: 5, 2, 6, 13, 9, 15, 10, determine a mediana.

De acordo com a definição de mediana, o primeiro passo a ser dado é o da ordenação (crescente ou decrescente) dos valores.

Ordenando, temos:

X: 2, 5, 6, 9, 10, 13, 15

3 elementos antes

3 elementos depois

O valor que divide a série acima em duas partes iguais é o número 9. Logo, a mediana dessa sequência é 9. Podemos dizer que 50% dos valores da sequência X são menores do que 9 e 50% dos valores são maiores do que 9.

Método prático para o cálculo da Mediana:

Para calcular a mediana, devemos considerar duas situações: se o número de elementos da sequência é par ou ímpar.

Se a série dada tiver número **ímpar** de termos, o valor mediano será o **termo de ordem** dado feita a fórmula:

$$Posição\ do\ elemento\ ímpar = \left(\frac{n+1}{2}\right)^{o}$$

Por exemplo: Calcule a mediana da série Z: 0, 0, 1, 1, 2, 2, 3, 4, 5. Observe que, nesse caso, a sequência já está ordenada e temos nove elementos, portanto n = 9.

Fazendo o cálculo da posição do elemento:

$$Posição\ do\ elemento\ ímpar = \frac{9+1}{2} = \frac{10}{2} = 5^{a}\ posição$$

Com esse cálculo, identificamos a posição, ou seja, o endereço da mediana. A mediana é o 5ª elemento da sequência.

Z: 0, 0, 1, 1, 2, 2, 3, 4, 5

O 5° termo é o número 2.

Resposta

A mediana será o termo que ocupa a 5ª posição, ou seja, a mediana é 2. Dizemos que 50% dos valores da sequência Z são menores ou iguais a 2 e 50% são maiores ou iguais a 2.

Se a série dada tiver número **par** de termos, o valor mediano será o **termo de ordem dado** feita a fórmula:

$$Posição\ do\ elemento\ par = \left(\frac{n}{2}\right)^{o} e \left(\frac{n}{2}+1\right)^{o}$$

Vejamos um exemplo: Determine a mediana da sequência X: 7, 21, 13, 15, 10, 8, 9, 13.

Solução

Ordenar X: 7, 8, 9, 10, 13, 13, 15, 21, temos n = 8.

Vamos usar a fórmula para identificar o endereço da mediana.

$$Posição\ do\ elemento\ par = \left(\frac{n}{2}\right)^{o} e \left(\frac{n}{2}+1\right)^{o} \Rightarrow \left(\frac{8}{2}\right)^{o} e \left(\frac{8}{2}+1\right)^{o} \Rightarrow 4^{o}\ e\ 5^{o}\ elementos$$

Descobrimos que os elementos que se encontram nas posições 4° e 5° é que comporão a mediana.

X: 7, 8, 9, 10, 13, 13, 15, 21

O 4° termo é o número **10**.

O 5° termo é o número **13**.

Temos um problema!

A Mediana não pode ser dois números.

E agora?

A mediana é um número. Porém, nesse caso, temos dois candidatos. Sempre que aparecer essa situação, para calcular a mediana, usaremos a média aritmética entre eles.

Lembrem-se dessa fórmula: $\bar{x} = \frac{\sum xi}{n}$

Daí temos que a **mediana é:**

$$\bar{x} = \frac{10+13}{2} = \frac{23}{2} = 11{,}5$$

Resposta

A mediana da sequência X é 11,5. Podemos dizer que 50% dos valores dessa sequência são menores do que 11,5 e 50% são maiores do que 11,5.

Observação

Quando o número de elementos da série estatística for **ímpar**, haverá coincidência da mediana com um dos elementos da série.

Quando o número de elementos da série estatística for **par**, nunca haverá coincidência da mediana com um dos elementos da série. A mediana será sempre a média aritmética dos dois elementos centrais da série.



Importante!

Em uma série, a mediana, a média e a moda não têm, necessariamente, o mesmo valor.

A mediana depende da posição do elemento na série ordenada. A média aritmética depende dos valores dos elementos. Essa é uma das diferenças marcantes entre mediana e média. A média se deixa influenciar, e muito, pelos valores extremos. Vejamos um exemplo: Determine e média e a mediana nas sequências:

a) Z: 5, 7, 10, 13, 15 **b) Y: 5, 7, 10, 13, 65**

a) Cálculo da média $\overline{X} = \frac{\sum xi}{n} \Rightarrow \frac{5+7+10+13+15}{5} = \frac{50}{5} = 10$ média

Cálculo da mediana

$$Posição\ do\ elemento\ ímpar = \left(\frac{n+1}{2}\right)^{o} = .\frac{5+1}{2} = 3$$

Descobrimos que a mediana ocupa a 3ª posição.

Z: 5, 7, 10, 13, 15, temos que a mediana vale 10.

Resposta

A sequência Z tem média aritmética igual a 10 e mediana igual a 10.

b) Na sequência: Y: 5, 7, **10**, 13, 65, calculando rapidamente, temos que a mediana vale 10, por ser o termo que ocupa a posição central.

$$\overline{X} = \frac{\sum xi}{n} \Rightarrow \frac{5+7+10+13+65}{5} = \frac{100}{5} = 20$$

Cálculo da média:

Resposta

A sequência Y tem média aritmética igual a 20 e mediana igual a 10.

Se compararmos os valores da sequência Z e Y, verificamos que:

Sequência Z	Sequência Y
A sequência Z tem valores próximos uns dos outros.	A sequência Y tem valores bem distantes uns dos outros.
Os valores próximos influenciam a média aritmética; porém, de forma leve.	Os valores distantes influenciam a média aritmética, de forma acentuada.
A mediana não sofre influência dos valores da sequência, por considerar a posição dele.	A mediana não sofre influência dos valores da sequência, por considerar a posição dele.

a) Cálculo da Mediana na Variável Discreta (sem intervalos de classe)

Nesse caso, os dados já estão ordenados e agrupados em uma Tabela de Frequência. Vejamos um exemplo: Determinar a mediana da série, que representa as notas de alunos na Disciplina de Língua Portuguesa.

Notas (xi)	fi
2	1
5	4
8	10
10	6
Total	**21**

Solução: A série é composta por 21 elementos, que é **ímpar**; portanto, só admite um termo central.

$$\textit{Posição do elemento ímpar} = \left(\frac{n+1}{2}\right)^{o}$$

A posição da mediana é (21+1) / 2 = 11ª posição.

Descobrimos que a mediana é a 12ª nota.

E agora, para descobrir qual é a 11ª nota da Tabela?

Vamos resolver este problema

Nessa situação, para facilitar nossos cálculos, abriremos ao lado da coluna das frequências (fi) outra coluna que chamaremos de f(ac), ou seja, frequência acumulada.

Nesta coluna, iremos acumular em cada linha as frequências absolutas (fi) da seguinte forma:

Notas (xi)	fi	f(ac)	
2	1	1	→ Temos 1 nota acumulada.
5	4	1+4=5	→ Temos 5 notas acumuladas.
8	10	5+10=15	→ Temos 15 notas acumuladas; portanto, a 11ª nota é 8.
10	6	15+6=21	→ Temos 21 notas acumuladas.
Total	**21**	-	

Resposta

A nota mediana de Língua Portuguesa é 8. Podemos dizer que 50% das notas são menores ou iguais a 8 e 50% são maiores ou iguais a 8.

Exemplo 2

Determinar a mediana da série a seguir, que representa as notas de 32 alunos na Disciplina de Geografia.

xi	fi
0	3
1	5
2	8
3	10
5	6
Total	**32**

Solução

A série é composta por 32 notas; portanto, tem um número de elementos **par**, o que quer dizer que admite dois termos centrais.

Vamos calcular a posição em que se encontra a mediana:

$$Posição\ do\ elemento\ par = \left(\frac{n}{2}\right)^{o} e \left(\frac{n}{2}+1\right)^{o}$$

$$\left(\frac{32}{2}\right)^{o} e \left(\frac{32}{2}+1\right)^{o} \Rightarrow 16^{o}\, e\, (16+1)^{o} \Rightarrow 16^{o}\, e\, 17^{o}$$

Descobrimos que a mediana são as notas que estão nas posições 16° e 17°.

E agora, para descobrir qual é a 12ª nota da Tabela?

E para achar a 16ª e 17ª notas na Tabela?

É fácil!

Lembram-se?

Abriremos ao lado da coluna das frequências (fi) outra coluna que chamaremos de f(ac), ou seja, frequência acumulada.

Nesta coluna, iremos acumular em cada linha as frequências absolutas (fi), da seguinte forma:

xi	fi	f(ac)	Comentários
0	3	3	Temos 3 notas
1	5	8	Temos 8 notas
2	8	16	Temos 16 notas
3	10	26	Temos 26 notas
5	6	32	Temos 32 notas
Total	**32**	-	-

A 16ª nota procurada é 2

A 17ª nota procurada é 3

Hi! Lembro-me que a mediana é apenas um número.

E agora?

O que fazemos mesmo?

Isto é fácil!

Para calcular a mediana usaremos a media aritmética entre os dois valores encontrados.

Lembram-se? $\bar{x} = \frac{\sum xi}{n}$

Daí, temos que a **mediana é**:

$$\bar{x} = \frac{2+3}{2} = \frac{5}{2} = 2{,}5$$

Pronto!

Descobrimos que a nota mediana de Geografia é 2,5, ou seja, 50% dos alunos tiraram notas menores ou iguais a 2,5 e 50% tiraram notas maiores ou iguais a 2,5.

b) Cálculo da Mediana da Variável Contínua (com intervalos de classe)

Neste caso, é preciso seguir as etapas:

1ª Etapa: calculamos a posição da mediana, considerando se o número de elementos da série é par ou ímpar;

2ª Etapa: para identificarmos o intervalo de classe na qual se encontra a mediana, determinamos as frequências acumuladas "**f(ac)**";

3ª Etapa: calculamos a mediana "**md**" estimada pela fórmula a seguir..

Fórmula para cálculo da mediana "md".

$$Md = li(md) + \frac{\frac{n}{2} - f(ac)ant}{fi(md)}.h$$

Vejamos o que significam essas letrinhas!!

li(md) = limite inferior da classe mediana.

f(ac)ant = frequência acumulada da classe anterior à classe mediana.

fi(md) = frequência absoluta da classe mediana.

h = amplitude do intervalo da classe mediana.

Agora vamos aprender com mais um exemplo.

Dada a tabela a seguir, que representa as estaturas de 40 pessoas, calcule o valor da mediana:

Estaturas (cm)	fi
50 |- 54	4
54 |- 58	9
58 |- 62	11
62 |- 66	8
66|-70	5
70 |- 74	3
Total	**40**

Vamos seguir as etapas descritas anteriormente.

1ª Etapa: calculamos a posição da mediana, considerando se o número de elementos da série é par ou ímpar.

Esta série tem 40 elementos; portanto, é par.

$$Posição\ do\ elemento\ par = \left(\frac{n}{2}\right)^{o} e \left(\frac{n}{2}+1\right)^{o} \Rightarrow$$

$$\left(\frac{40}{2}\right)^{o} e \left(\frac{40}{2}+1\right)^{o} = 20^{o}\ e\ (20+1) = 20^{o}\ e\ 21^{o}$$

Descobrimos que a mediana está na posição 20ª e 21ª. Agora temos de identificá-las na Tabela de Frequência.

2ª Etapa: identificamos o intervalo de classe em que se encontra a mediana e determinamos as frequências acumuladas **"f(ac)"**.

Estaturas (cm)	fi	f(ac)	Comentários
50 |- 54	4	4	Temos 4 estaturas
54 |- 58	9	13	Temos 13 estaturas
58 |- 62	11	24	Temos 24 estaturas
62 |- 66	8	32	Temos 32 estaturas
66|-70	5	37	Temos 37estaturas
70 |- 74	3	40	Temos 40 estaturas
Total	**40**	-	-

A 20ª e 21ª estatura está na linha 3 e terá um valor compreendido entre 58 |- 62. Chamamos essa linha de classe mediana.

3° Calculamos a mediana "md" pela seguinte fórmula:

$$Md = li(md) + \frac{\frac{n}{2} - f(ac)ant}{fi(md)}.h$$

Verificamos os valores na Tabela e encontramos o seguinte:

li(mo) = 58	n = 40	f(ac)ant = 13	fi(md) = 11	H = 4

Aplicando os valores na fórmula, temos:



Importante!

Preste atenção na sequência das operações para não errar, ok!?

$$Md = 58 + \frac{\frac{40}{2} - 13}{11}.4 \Rightarrow 58 + \frac{20 - 13}{11}.4 \Rightarrow 58 + \frac{7}{11}.4 \Rightarrow 58 + \frac{28}{11} \Rightarrow 58 + 2{,}55 = 60{,}55$$

Resposta

A mediana estimada das estaturas é igual a 60,90 cm. Significa que 50% das pessoas observadas têm estaturas inferiores a 60,90 cm e 50% têm estaturas superiores a 60,90 cm.

Finalizando

Pessoal!

Esta Unidade teve bastante cálculo, não é mesmo!?

Conhecemos as Medidas de Posição e aprendemos que as principais são as Medidas de Tendência Central que são: a média aritmética, a moda e a mediana.

Tenho certeza de que conseguiram acompanhar e que estão satisfeitos por terem conseguido vencer mais uma etapa.

Abraços a todos, continuem se esforçando sempre e até a próxima.

Material Compementar

Indicações para saber mais sobre os assuntos abordados nesta Unidade:

Sites

O site a seguir traz uma apresentação PowerPoint sobre média, moda e mediana. Traz também exercícios: Centro Universitário Luterano de Palmas.

http://goo.gl/nm4io7

Leitura

No documento a seguir, você irá encontrar material para consulta sobre estatística descritiva:

Estatística Descritiva

PETERNELLI, L. A. Estatística Descritiva.

http://www.each.usp.br/rvicente/Paternelli_Cap2.pdf

Lista de exercícios: estatística descritiva.

O documento a seguir possui exercícios com respostas sobre media, moda e mediana: BEZERRA, C. Lista de exercícios: estatística descritiva.

http://www.carlosbezerra.com/lista03.pdf

Lista de exercícios de probabilidade e estatística

O site a seguir traz uma lista de exercícios sobre estatística descritiva: ALVES. L. Lista de exercícios de probabilidade e estatística.

http://www.famat.ufu.br/prof/leandro/ef/lista1.pdf

Referências

CRESPO A. A. **Estatística Fácil**. 11.ed. . São Paulo: Saraiva, 1994.

DOWNING, D. **Estatística Aplicada**. 2.ed. . São Paulo: Saraiva, 2002.

MORETTIN, L. G. **Estatística Básica**. 7.ed. . São Paulo: Pearson, 2000.

NEUFELD, J. L. **Estatística Aplicada à Administração Usando o Excel.** São Paulo: Pearson, 2003.

SPIEGEL, M. R. **Estatística**. 3.ed. . Coleção Schaum. São Paulo: Pearson, 1994.

______. **Probabilidade e Estatística.** Coleção Schaum. São Paulo: Pearson, 1977.

SILVA, E. M. **Estatística Para os Cursos de Economia, Administração e Ciências Contábei**s. 3.ed. São Paulo:Atlas, 1999.



www.cruzeirodosulvirtual.com.br
Campus Liberdade
Rua Galvão Bueno, 868
CEP 01506-000
São Paulo - SP - Brasil
Tel: (55 11) 3385-3000



Cruzeiro do Sul
Educacional